24E—MATH

2024

MATHEMATICS

Full Marks : 100

Pass Marks : 30

Time : 3 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

ALLOTMENT OF MARKS

Q. No. **1** carries *1* mark each	:	1×10	=	10
Q. No. **2** carries *4* marks each	:	4×12	=	48
Q. Nos. **3–9** carry *6* marks each	:	6×7	=	42
		Total	=	100

1. Answer the following questions : 1×10=10

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) State True or False :

শুদ্ধ নে অশুদ্ধ লিখা :

For any two complex numbers z_1 and z_2, $z_1 z_2 = z_2 z_1$.

যি কোনো দুটা জটিল সংখ্যা z_1 আৰু z_2 ৰ কাৰণে $z_1 z_2 = z_2 z_1$ হয়।

(b) What is the slope of x-axis?

x-অক্ষৰ প্ৰৱণতা কিমান?

(c) For any real number x, what is the range of the modulus function $f(x) = |x|$?

যি কোনো বাস্তৱ সংখ্যা x ৰ বাবে $f(x) = |x|$ মাপাংক ফলনৰ পৰিসৰ কিমান?

(d) Fill in the blank :

খালী ঠাই পূৰ কৰা :

The length of the latus rectum of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ is ______.

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্তৰ নাভিলম্বৰ দীঘ হ'ল ______।

(e) If f and g are two functions such that their derivatives are defined in a common domain, then write the value of $\frac{d}{dx}(f(x) \cdot g(x))$.

যদি f আৰু g দুটা এনে ফলন যাতে সিহঁতৰ অৱকলজ এটা উমৈহতীয়া আদিক্ষেত্ৰত সংজ্ঞাবদ্ধ হয়, তেন্তে $\frac{d}{dx}(f(x) \cdot g(x))$ ৰ মান লিখা।

(f) Find the value of x for which the points $(x, -1)$, $(2, 1)$ and $(4, 5)$ are collinear.

$(x, -1)$, $(2, 1)$ আৰু $(4, 5)$ বিন্দু তিনিটা একেৰেখীয় হ'লে x ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(g) What do you mean by an impossible event?

অসম্ভৱ ঘটনা বুলিলে কি বুজা?

(h) Fill in the blank :

খালী ঠাই পূৰ কৰা :

For any integer k, the value of i^{4k} is equal to _____.

যি কোনো অখণ্ড সংখ্যা k ৰ কাৰণে i^{4k} ৰ মান _____ ৰ সমান হয়।

(i) If $f(x) = 2024$ for all real values of x, find $\lim_{x \to 0} f(x)$.

যদি x ৰ সকলো বাস্তৱ মানৰ কাৰণে $f(x) = 2024$ হয়, তেন্তে $\lim_{x \to 0} f(x)$ উলিওৱা।

(j) Find the median for the following data :

তলত উল্লেখ কৰা তথ্যৰ বাবে মধ্যমা উলিওৱা :

3, 9, 5, 3, 12, 10, 18, 4, 7, 19, 21

2. Answer any *twelve* questions : 4×12=48

তলৰ যি কোনো বাৰোটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) *(i)* State whether the following statement is True or False : 1

তলৰ উক্তিটো শুদ্ধ নে অশুদ্ধ, লিখা :

$$\{a\} \in \{a, b, c\}$$

(ii) Write the solution of the equation $x^2+x-2=0$ in roster and set builder form. 3

$x^2+x-2=0$ সমীকৰণৰ সমাধান সংহতি তালিকাভুক্তিকৰণ আৰু সংহতি গঠন পদ্ধতিত লিখা।

(b) (i) Convert $40°20'$ into radian measure. 2

$40°20'$ক ৰেডিয়ান মাপলৈ নিয়া।

(ii) Prove that

প্ৰমাণ কৰা যে

$$\sin^2\frac{\pi}{6}+\cos^2\frac{\pi}{3}-\tan^2\frac{\pi}{4}=-\frac{1}{2}$$ 2

(c) Let $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. A relation R from A to A is defined by $R=\{(x, y): y=x+2\}$. Depict the relation using an arrow diagram. Write down the domain and range of R. 2+2=4

ধৰা হ'ল $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Aৰ পৰা A লৈ এটা সম্বন্ধ Rঅৰ সংজ্ঞা এনেদৰে দিয়া আছে, $R=\{(x, y): y=x+2\}$. কাঁড়-চিত্ৰৰ সহায়েৰে এই সম্বন্ধটো দেখুওৱা। Rৰ আদিক্ষেত্ৰ আৰু পৰিসৰ লিখা।

(d) There are 200 individuals with a skin disorder. 120 had been exposed to chemical C_1, 50 to chemical C_2 and 30 to both chemicals C_1 and C_2. Find the number of individuals exposed to chemical C_1 but not chemical C_2. 4

200 জন চৰ্মৰোগী আছে। তাৰে 120 জন C_1 কেমিকেলৰ দ্বাৰা আক্ৰান্ত, 50 জন C_2 কেমিকেলৰ দ্বাৰা আক্ৰান্ত আৰু 30 জন C_1 আৰু C_2 দুয়োটা কেমিকেলৰ দ্বাৰা আক্ৰান্ত। এই সকল ব্যক্তিৰ সংখ্যা উলিওৱা যি সকলে C_1 ৰ দ্বাৰা আক্ৰান্ত, কিন্তু C_2 ৰ দ্বাৰা নহয়।

(e) *(i)* The relation g is defined by

$$g(x)=\begin{cases} x^2, & 0\le x\le 2 \\ 3x, & 2\le x\le 10 \end{cases}$$

Show that g is not a function. 2

সম্বন্ধ g ৰ সংজ্ঞা এনেদৰে দিয়া আছে :

$$g(x)=\begin{cases} x^2, & 0\le x\le 2 \\ 3x, & 2\le x\le 10 \end{cases}$$

দেখুওৱা যে g এটা ফলন নহয়।

(ii) Find the range of the function $f(x)=x^2+2$, where x is a real number. 2

$f(x)=x^2+2$ য'ত x এটা বাস্তৱ সংখ্যা, সেই ফলনটোৰ পৰিসৰ উলিওৱা।

(f) *(i)* Express $(2i)\left(\frac{1}{3}i\right)^3$ in $a+ib$ form. 1

$(2i)\left(\frac{1}{3}i\right)^3$ ক $a+ib$ আকাৰত প্ৰকাশ কৰা।

(ii) Find the multiplicative inverse of $2+3i$. 3

$2+3i$ ৰ গুণাত্মক বিপৰীত উলিওৱা।

(g) In a class of 60 students, 30 opted for NCC, 32 opted for NSS and 24 opted for both NCC and NSS. If one of these students is selected at random, find the probability that *(i)* the student opted for NCC or NSS and *(ii)* the student opted neither NCC nor NSS. 2+2=4

60 জনীয়া শ্ৰেণী এটাত 30 জন ছাত্ৰই NCC, 32 জনে NSS আৰু 24 জনে NCC আৰু NSS দুয়োটা বিষয়ত নাম ভৰ্তি কৰিলে। যদি তেওঁলোকৰ মাজৰ পৰা যাদৃচ্ছিকভাৱে এজনক বাছনি কৰা হয়, তেন্তে সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা যাতে *(i)* ছাত্ৰজনে NCC বা NSS অত নাম ভৰ্তি কৰে, আৰু *(ii)* ছাত্ৰজনে NCC বা NSS ৰ এটাতো নাম ভৰ্তি নকৰে।

(h) Prove that for any positive integer n

$$\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$$ 4

যি কোনো ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা n ৰ কাৰণে প্ৰমাণ কৰা যে

$$\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$$

(i) Find the equation of the set of points which are equidistant from the points (1, 2, 3) and (3, 2, −1). 4

(1, 2, 3) আৰু (3, 2, −1) বিন্দু দুটাৰ পৰা সমদূৰত্বত অৱস্থিত বিন্দুবোৰৰ সংহতিৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

(j) Two dice are thrown and the sum of the numbers which come up on the dice is noted. Let us consider the following events associated with this experiment :

A : 'The sum is multiple of 4'

B : 'The sum is greater or equal to 10'

C : 'The sum is less than 4'

Identify the mutually exclusive events. 4

দুটা পাশাগুটি দলিওৱা হ'ল আৰু প্ৰাপ্ত সংখ্যাবোৰৰ যোগফল টুকি ৰখা হ'ল। পৰীক্ষাটোৰ সৈতে যুক্ত পৰৱৰ্তী ঘটনাবোৰ লোৱা হওঁক :

A : 'যোগফলটো 4 ৰ গুণিতক'

B : 'যোগফলটো 10 তকৈ ডাঙৰ বা সমান'

C : 'যোগফলটো 4 তকৈ সৰু'

পৰস্পৰ বিৰৰ্জিত ঘটনাবোৰ চিনাক্ত কৰা।

(k) Using binomial theorem, prove that $6^n - 5n$ always leaves remainder 1 when divided by 25. 4

দ্বিপদ উপপাদ্যৰ সহায়ত প্ৰমাণ কৰা যে $6^n - 5n$ক 25 ৰে হৰণ কৰিলে ভাগশেষ 1 হয়।

(l) Solve the following inequality and show the graph of the solution on number line : 4

$$\frac{x}{2} \geq \frac{(5x-2)}{3} - \frac{(7x-3)}{5}$$

তলৰ অসমিকাটো সমাধান কৰা আৰু সংখ্যাৰেখাত সমাধান দেখুওৱা :

$$\frac{x}{2} \geq \frac{(5x-2)}{3} - \frac{(7x-3)}{5}$$

(m) Find r, if

r উলিওৱা, যদি

$$5 \times {}^4P_r = 6 \times {}^5P_{r-1}$$ 4

(n) *(i)* State whether the following set is finite or infinite : 1

"The set of lines which are parallel to x-axis in xy-plane"

তলৰ সংহতিটো সসীম নে অসীম, লিখা :

"xy-সমতলত x-অক্ষৰ সমান্তৰাল সকলো ৰেখাৰ সংহতি"

(ii) If

$A = \{x : x \text{ is a natural number}\}$

$B = \{x : x \text{ is an even natural number}\}$

$C = \{x : x \text{ is an odd natural number}\}$

then find $B \cap C$, $A \cup B$, $B \setminus C$. 3

যদি

$A = \{x : x$ এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা$\}$

$B = \{x : x$ এটা যুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যা$\}$

$C = \{x : x$ এটা অযুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যা$\}$

তেন্তে $B \cap C$, $A \cup B$, আৰু $B \setminus C$ উলিওৱা।

3. *(a)* If $\cos x = -3/5$ and x lies in the third quadrant, then find the values of $\sin x$ and $\tan x$. 3

যদি $\cos x = -3/5$ আৰু x তৃতীয় চোকত থাকে, তেন্তে $\sin x$ আৰু $\tan x$ ৰ মান উলিওৱা।

(b) For any real number x, prove that

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$$ 3

যি কোনো বাস্তৱ সংখ্যা x ৰ বাবে প্ৰমাণ কৰা যে

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$$

Or / অথবা

(a) Find the value of $\sin 75°$. 3

$\sin 75°$ ৰ মান উলিওৱা।

(b) Prove that

প্ৰমাণ কৰা যে

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \sqrt{2} \cos x$$ 3

4. *(a)* How many words, with or without meaning, can be made from the letters of the word MONDAY, assuming that no letter is repeated, if all letters are used but last letter is a consonant? 3

MONDAY শব্দটোৰ বৰ্ণবোৰেৰে আৰু কোনো বৰ্ণৰেই পুনৰাবৃত্তি নোহোৱাকৈ কিমানটা অৰ্থ থকা বা নথকা শব্দ গঠন কৰিব পাৰি, যদিহে শেষৰটো ব্যঞ্জনবৰ্ণৰে আটাইবোৰ বৰ্ণ লোৱা হয়?

(b) Expand : 3

বিস্তাৰ কৰা :

$$\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^5, \quad x \neq 0$$

Or / অথবা

(a) A bag contains 5 black and 6 red balls. Determine the number of ways in which 2 black and 3 red balls can be selected. 4

এখন মোনাত 5টা ক'লা আৰু 6টা ৰঙা বল আছে। ইয়াৰ পৰা 2টা ক'লা আৰু 3টা ৰঙা বল কিমান ধৰণে বাছনি কৰিব পাৰি, নিৰ্ণয় কৰা।

(b) Using binomial theorem, evaluate $(101)^3$. 2

দ্বিপদ উপপাদ্যৰ সহায়ত $(101)^3$ ৰ মান উলিওৱা।

5. (a) If AM and GM of roots of a quadratic equation are 8 and 5 respectively, then obtain the quadratic equation. 3

এটা দ্বিঘাত সমীকৰণৰ মূল দুটাৰ সমান্তৰ আৰু গুণোত্তৰ মাধ্য যথাক্ৰমে 8 আৰু 5 হ'লে দ্বিঘাত সমীকৰণটো উলিওৱা।

(b) Evaluate : 3

মান উলিওৱা :

$$\sum_{k=1}^{10}(3+2^k)$$

Or / অথবা

The sum of the first three terms of a GP is $\frac{13}{12}$ and their product is -1. Find the common ratio and the terms. 6

এখন গুণোত্তৰ প্ৰগতিৰ প্ৰথম তিনিটা পদৰ যোগফল $\frac{13}{12}$ আৰু সিহঁতৰ গুণফল -1. সাধাৰণ অনুপাত আৰু পদবোৰ উলিওৱা।

6. Write the general equation of a line. Show that two lines $a_1x+b_1y+c_1=0$ and $a_2x+b_2y+c_2=0$, where $b_1, b_2 \neq 0$, are *(i)* parallel, if $\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}$ and *(ii)* perpendicular, if $a_1a_2+b_1b_2=0$. 1+5=6

সৰলৰেখা এডালৰ সাধাৰণ সমীকৰণটো লিখা। দেখুওৱা যে $a_1x+b_1y+c_1=0$ আৰু $a_2x+b_2y+c_2=0$, য'ত $b_1, b_2 \neq 0$, ৰেখা দুডাল *(i)* সমান্তৰাল, যদিহে $\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}$ আৰু *(ii)* লম্ব, যদিহে $a_1a_2+b_1b_2=0$.

Or / *অথবা*

A line is such that its segment between the lines $5x-y+4=0$ and $3x+4y-4=0$ is bisected at the point (1, 5). Obtain its equation. 6

এডাল ৰেখা এনে ধৰণৰ যে ৰেখাডালে $5x-y+4=0$ আৰু $3x+4y-4=0$ ৰেখা দুডালৰ মাজত উৎপন্ন কৰা ৰেখাখণ্ডৰ মধ্যবিন্দু হ'ল (1, 5). ৰেখাডালৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

7. *(a)* Find the coordinates of the focus, axis, equation of the directrix and length of the latus rectum of the parabola $y^2=10x$. 4

$y^2=10x$ অধিবৃত্তৰ নাভিৰ স্থানাংক, অক্ষ, নিয়ামিকাৰ সমীকৰণ আৰু নাভিলম্বৰ দীঘ উলিওৱা।

(b) Find the equation of the circle with centre (1, 1) and radius $\sqrt{2}$. 2

কেন্দ্ৰ (1, 1) আৰু $\sqrt{2}$ ব্যাসাৰ্ধ-বিশিষ্ট বৃত্তৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

Or / অথবা

Find the coordinates of the foci and the vertices, the eccentricity and the length of the latus rectum of the hyperbola $9y^2 - 4x^2 = 36$. 6

$9y^2 - 4x^2 = 36$ পৰাবৃত্তৰ নাভি আৰু শীৰ্ষবিন্দুৰ স্থানাংক, উৎকেন্দ্ৰতা আৰু নাভিলম্বৰ দীঘ নিৰ্ণয় কৰা।

8. Find the limits, if exist : 3+3=6

চৰম সীমা উলিওৱা, যদি স্থিত হয় :

(i) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin ax}{\sin bx}, \quad a, b \neq 0$

(ii) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^{1/3} - 1}{x^{1/6} - 1}$

Or / অথবা

(a) If

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + b + 1, & x < 0 \\ bx + a, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

for what integral values of a and b does $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ exist? 3

যদি

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + b + 1, & x < 0 \\ bx + a, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

হয়, a আৰু b ৰ কি অখণ্ড মানৰ বাবে $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ স্থিত হয়?

(b) Find the derivative of $x^2 - 2$ at $x = 10$. 3

$x^2 - 2$ ৰ $x = 10$ অত অৱকলজ উলিওৱা।

9. Find the mean deviation about the mean for the following data : 6

তলত দিয়া তথ্যখিনিৰ বাবে মাধ্যৰ পৰা গড় বিচ্যুতি নিৰ্ণয় কৰা :

x_i	5	10	15	20	25
f_i	7	4	6	3	5

Or / অথবা

Find the mean and variance of the first n natural numbers. 6

প্ৰথম nটা স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ উলিওৱা ।

★★★