

Total No. of Printed Pages—15

2 SEM TDC GEMT (CBCS) 2 (A/B)

2 0 2 4

(May)

MATHEMATICS

(Generic Elective)

Paper : GE-2

Full Marks : 80

Pass Marks : 32

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

Paper : GE-2 (A)

(Differential Equations)

1. (a) অৱকল সমীকৰণ $\frac{dy}{dx} = (2x + y)^2$ ৰ ক্ৰমৰ মান লিখা। 1

Write the order of the differential equation $\frac{dy}{dx} = (2x + y)^2$.

- (b) $x dy - y dx$ পদৰ বাবে অনুকলন উৎপাদক এটা লিখা, যাতে ই যথার্থ হয়। 1

Write an integrating factor for the term $x dy - y dx$, so that it becomes exact.

(2)

- (c) সমীকরণ $x \frac{dy}{dx} - y = \log x$ বাবে অনুকলন
উৎপাদক নির্ণয় করা। 2
- Find the integrating factor for the
equation $x \frac{dy}{dx} - y = \log x$.

- (d) সমাধান করা (যি কোনো তিনটি) : 4×3=12

Solve (any three) :

(i) $\sec^2 y \frac{dy}{dx} + 2x \tan y = x^3$

(ii) $\frac{dy}{dx} = \frac{x+2y-3}{2x+y-3}$

(iii) $\frac{dy}{dx} = x^3 y^3 - xy$

(iv) $e^x \frac{dy}{dx} = 2xy^2 + ye^x$

(v) $(x^2 + y^2) dy = xy dx$

2. (a) যদি x^2 আৰু $\frac{1}{x^2}$ এটা অৱকল সমীকৰণৰ বৈধিকভাৱে
স্বতন্ত্ৰ সমাধান হয়, তেন্তে ইয়াৰ সাধাৰণ সমাধান লিখা। 1

If x^2 and $\frac{1}{x^2}$ are linearly independent
solution of a differential equation, then
write its general solution.

(3)

- (b) এটা অৱকল সমীকৰণৰ দুটা সমাধান f_1 আৰু f_2
কেতিয়া বৈধিকভাৱে স্বতন্ত্ৰ হ'ব, লিখা। 1

Write when two solutions f_1 and f_2 of
a differential equation are linearly
independent.

- (c) দেখুওৱা যে $\sin x$ অৱকল সমীকৰণ $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ বাবে
সকলো মান $-\infty < x < \infty$ বাবে এটা সমাধান। 2

Show that $\sin x$ is a solution of the
differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ for all
 $-\infty < x < \infty$.

- (d) দেখুওৱা যে e^x আৰু e^{4x} সমীকৰণ
 $\frac{d^2y}{dx^2} - 5 \frac{dy}{dx} + 4y = 0$ বাবে $-\infty < x < \infty$ অন্তৰালত
বৈধিকভাৱে স্বতন্ত্ৰ সমাধান। 2

Show that e^x and e^{4x} are
linearly independent solutions of
 $\frac{d^2y}{dx^2} - 5 \frac{dy}{dx} + 4y = 0$ on the interval
 $-\infty < x < \infty$.

- (e) $y = px + p$, $p = \frac{dy}{dx}$ সমীকৰণৰ সমাধান লিখা। 1

Write the solution of $y = px + p$, $p = \frac{dy}{dx}$.

(4)

- (f) সমাধান কৰা : 3
Solve :

$$p = \tan(px - y), p = \frac{dy}{dx}$$

- (g) সমাধান কৰা (যি কোনো এটা) : 5
Solve (any one) :

(i) $y = 3px + 6p^2y^2, p = \frac{dy}{dx}$

(ii) $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 4$

- (h) সমাধান কৰা : 5
Solve :

$$\frac{d^3y}{dx^3} - 2\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

3. (a) অৱকল সমীকৰণ $\frac{d^3y}{dx^3} - 3\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} - y = 0$ ৰ
পৰিপূৰক ফলনটো লিখা। 1

Write the complementary function of the differential equation

$$\frac{d^3y}{dx^3} - 3\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} - y = 0$$

(5)

- (b) সমাধান কৰা (যি কোনো তিনিটা) : 5×3=15

Solve (any three) :

(i) $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = 4x^2$

(ii) $x^2\frac{d^2y}{dx^2} - 3x\frac{dy}{dx} + 4y = 2x^2$

(iii) $\left(\frac{d^2}{dx^2} + 1\right)^2 y = \cos 3x$

(iv) $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 2y = e^x \sin x$

(v) $\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - x = -2t, \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - 3x - y = t^2$

4. (a) আংশিক অৱকল সমীকৰণ $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^3 = 0$ ৰ ক্ৰম

লিখা। 1

Write the order of the partial differential

equation $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^3 = 0$.

- (b) অৱকল সমীকৰণ $ap + bq = z$ ৰ ল্যাগ্ৰাঞ্জৰ উপকৰা
সমীকৰণ লিখা। 1

Write the Lagrange's auxiliary equation for $ap + bq = z$.

(6.)

(c) বৈখিক আংশিক অৱকল সমীকৰণৰ সংজ্ঞা লিখা। 2

Define a linear partial differential equation.

(d) যি কোনো তিনিটাৰ উত্তৰ কৰিবা : 4×3=12

Answer any three :

(i) xy সমতলত কেন্দ্ৰস্থিত r ব্যাসার্ধৰ সকলো গোলকৰ অৱকল সমীকৰণ গঠন কৰা।Form the differential equation of all spheres of radius r having centre in the xy -plane.

(ii) সমাধান কৰা :

Solve :

$$p \tan x + q \tan y = \tan z$$

(iii) সমাধান কৰা :

Solve :

$$z(xp - yq) = y^2 - x^2$$

(iv) সমাধান কৰা :

Solve :

$$q = (z + px)^2$$

(v) সমাধান কৰা :

Solve :

$$q = 3p^2$$

(7)

5. (a) এক-মাত্ৰিক ডিফিউচন সমীকৰণ লিখা। 1

Write the one-dimensional diffusion equation.

(b) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ সমীকৰণটো পৰাবৃত্তীয়, অধিবৃত্তীয় বা

উপবৃত্তীয় কি হয়, নিৰ্ণয় কৰা। 1

Determine whether the equation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

is hyperbolic, parabolic or elliptic.

(c) সমাধান কৰা (যি কোনো দুটা) : 5×2=10

Solve (any two) :

$$(i) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 2x$$

$$(ii) x \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial z}{\partial x}$$

$$(iii) \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - xq = x^2$$

(8)

Paper : GE-2 (B)

(Econometrics)

1. শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা/উত্তৰ দিয়া : $1 \times 8 = 8$

Choose the correct answer/Answer the following :

(a) ষ্টাণ্ডাৰ্ড বৰ্টনৰ প্ৰাচলবোৰ হ'ল

The parameters of normal distribution are

(i) মাধ্য μ আৰু মানক বিচলন σ

mean μ and standard deviation σ

(ii) মাধ্য μ আৰু π

mean μ and π

(iii) অপ্রতিসাম্যৰ ঘূৰ্ণক গুণাংক β_1 আৰু মানক বিচলন σ

moment coefficient of skewness β_1 and standard deviation σ

(iv) 0 আৰু 1

0 and 1

(9)

(b) k -সংখ্যক চলক বৈখিক সমাশ্রয়ণ আৰ্হিত কোনটো অৱস্থায় বহুসংবেৰতাৰ উপস্থিতিৰ সংকেত দিয়ে ?

Which state indicates presence of multicollinearity in a k -variable linear regression model?

(i) R^2 ৰ মান নিম্ন আৰু লগতে t অনুপাতবোৰ কম তাৎপৰ্যপূৰ্ণ

Low R^2 associated with few significant t ratios

(ii) R^2 ৰ মান উচ্চ অথচ t অনুপাতবোৰ কম তাৎপৰ্যপূৰ্ণ

High R^2 , but few significant t ratios

(iii) ডাৰ্বিন-ৱাট্চন d -সূচকৰ মান 2

The value of Durbin-Watson d -statistic is 2

(iv) t মানসমূহ তাৎপৰ্যপূৰ্ণ হয়

t values are significant

(c) পাৰ্ক টেষ্ট তলৰ কোনটো নিৰ্ণয়ৰ বাবে ব্যৱহাৰ কৰা হয় ?

Which of the following is detected by Park test?

(i) বিষম-বিচালিতা/Heteroscedasticity

(ii) স্বয়ং-সহসম্বন্ধ/Autocorrelation

(iii) বহুসংবেৰতা/Multicollinearity

(iv) নিৰ্ধাৰণ সমস্যা/Specification problem

(d) মূক চলকৰ মান হ'ল

Dummy variable takes the value(s)

(i) যি কোনো অপবিমেয় সংখ্যা

any irrational number

(ii) π

(iii) 1, 0

(iv) যি কোনো স্বাভাৱিক সংখ্যা

any natural number

(e) দ্বিতীয় প্ৰকাৰ ত্ৰুটিৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define type II error.

(f) বিষম-বিচালিতা উদ্ভৱ হোৱাৰ এটা কাৰণ উল্লেখ কৰা।

Mention one cause of the presence of heteroscedasticity.

(g) সমাপ্ৰয়ণ সমীকৰণ এটাত অপ্ৰাসংগিক চলকৰ অন্তৰ্ভুক্তিকৰণৰ এটা ফলাফল উল্লেখ কৰা।

Mention one effect of inclusion of irrelevant variables in a regression equation.

(h) এটা পৰিমাণকক 'সৰ্বোত্তম' বুলি গণ্য কৰা হয়, যদিহে

An estimator is said to be 'best' if

(i) ই নিম্নতম প্ৰসৰণযুক্ত হয়

it possesses minimum variance

(ii) ই উচ্চ প্ৰসৰণযুক্ত হয়

it possesses high variance

(iii) ইয়াৰ মাধ্যম মান 0 হয়

its mean is 0

(iv) ই পক্ষপাতশূন্য হয়

it is unbiased

2. তলৰ যি কোনো চৰিটাৰ ওপৰত চমু টোকা লিখা : $4 \times 4 = 16$

Write short notes on any four of the following :

(a) নিয়ন্ত্ৰিত R^2

Adjusted R^2

(b) দ্বিতীয় প্ৰকাৰ ত্ৰুটি

Type II error

(c) বহুসংবেশতা উদ্ভৱ হোৱাৰ উৎস বা কাৰণসমূহ

Sources of the presence of multicollinearity

(d) χ^2 -বন্টন χ^2 -distribution

(e) সাধাৰণ ন্যূনতম বৰ্গ (OLS) পদ্ধতি

Ordinary Least Squares (OLS) method

3. (a) (i) প্রসামান্য বন্টনৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ উল্লেখ কৰা। 7

Mention the properties of normal distribution.

(ii) আকলক এটাৰ বৈখিকতা বৈশিষ্ট্যৰ বিষয়ে চমুকৈ ব্যাখ্যা কৰা। 5

Briefly explain the property of linearity of an estimator.

অথবা /Or

(b) (i) বিস্তৃত প্রকল্প আৰু বিকল্প প্রকল্পৰ মাজত পার্থক্য দৰ্শোৱা। 4

Differentiate between null hypothesis and alternative hypothesis.

(ii) প্রাচল আৰু প্রতিদর্শকৰ মাজত পার্থক্য দৰ্শোৱা। 4

Differentiate between parameter and statistic.

(iii) χ^2 পরীক্ষা ব্যৱহাৰৰ চৰ্তসমূহ উল্লেখ কৰা। 4Mention the conditions for applying χ^2 test.4. (a) সমাশ্রয়ণ আৰ্হি $Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$ দিয়া থাকিলে OLS আকলকসমূহ সৰ্বোত্তম বৈখিক নিৰপেক্ষ আকলক হয় বুলি প্রমাণ কৰা। 11Given the regression model $Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$, prove that the OLS estimators are best linear unbiased estimators.

অথবা /Or

(b) নিম্নপ্রদত্ত তথ্যৰ পৰা বৈখিক সমাশ্রয়ণ সমীকৰণ Y ৰ ওপৰত X আৰু X ৰ ওপৰত Y আকলন কৰা :Estimate linear regression equations of Y on X , and X on Y from the following data :

X	:	8	6	4	3	2	1
Y	:	3	5	8	7	6	4

5. (a) k -সংখ্যক চলক বৈখিক সমাশ্রয়ণ মডেল $y = X\beta + u$ ৰ পৰা β ৰ সাধাৰণ ন্যূনতম বৰ্গ আকলক নিৰ্ণয় কৰা। 11Derive the ordinary least square estimator $\hat{\beta}$ from the k -variable linear regression model $y = X\beta + u$.

অথবা / Or

- (b) (i) ক্রটিপদৰ তাৎপৰ্য চমুকৈ আলোচনা কৰা। 4

Briefly discuss the significance of the error term.

- (ii) প্রকল্প পরীক্ষণৰ ধাপসমূহ চমুকৈ আলোচনা কৰা। 7

Briefly discuss the steps involved in hypothesis testing.

6. (a) বহুসংবেশতা কি? ইয়াৰ প্ৰকাৰসমূহ কি কি? বহুসংবেশতাৰ নিৰাময়ৰ উপায়সমূহ আলোচনা কৰা।

2+2+7=11

What is multicollinearity? What are its types? Discuss the remedies of multicollinearity.

অথবা / Or

- (b) স্বয়ংসংস্বন্ধ কি আৰু ইয়াৰ পৰিণাম কি? স্বয়ংসংস্বন্ধ চিনাক্ত কৰাৰ পদ্ধতিসমূহ আলোচনা কৰা। 2+2+7=11

What is autocorrelation and what are its consequences? Discuss the methods to detect autocorrelation.

7. (a) নির্ধাৰণ সমস্যা কি? যদি লোৱা, এটা শুদ্ধ আৰ্হি হ'ল $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + u_i$. কিন্তু, শুদ্ধ আৰ্হিটোৰ পৰিবৰ্তে ভুলি আকলন কৰা আৰ্হিটো হ'ল $Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1i} + V_i$. ইয়াৰ পৰিণামসমূহ দৰ্শোৱা। 5+6=11

What is specification problem? Suppose, a true model is $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + u_i$. But instead of the true model you have estimated the model $Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1i} + V_i$. Show the consequences.

অথবা / Or

- (b) নির্ধাৰণ সমস্যার পৰিণামসমূহ কি কি? নির্ধাৰণ সমস্যা চিনাক্তকৰণৰ বাবে ৰামছেই আগবঢ়োৱা সমাপ্ৰয়ণ নিৰ্ধাৰণ ক্ৰটি পৰীক্ষা আলোচনা কৰা। 6+5=11

What are the consequences of specification problem? Discuss Ramsey's regression specification error test to detect the specification problem.
