

**4 SEM FYUGP MTHC4D**

**2 0 2 5**

( June )

**MATHEMATICS**

( Core )

Paper : MTHC4D

**( PDE and System of ODE )**

Full Marks : 60

Time : 2 hours

*The figures in the margin indicate full marks  
for the questions*

1. (a)  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial z}{\partial y} = 0$  আংশিক অৱকল সমীকৰণৰ ঘাত  
লিখা। 1

Write the degree of the PDE  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ .

- (b)  $y^2 p - xyq = x(z - 2y)$  সমীকৰণটোৰ লাগ্ৰাঞ্জৰ  
সহায়ক সমীকৰণ লিখা। 1

Write the Lagrange's auxiliary equation  
for  $y^2 p - xyq = x(z - 2y)$ .

- (c) বৈখিক আংশিক অৱকল সমীকৰণৰ সংজ্ঞা লিখা। 1

Define linear partial differential  
equation.



( 2 )

(d) সমাধান কৰা (যি কোনো এটাৰ) :

5

Solve (any one) :

(i)  $yzp + zxq = xy$

(ii)  $z(x+y)p + z(x-y)q = x^2 + y^2$

2. (a) Charpit's পদ্ধতিৰে  $p = (z + qy)^2$  সমীকৰণটোৰ সম্পূৰ্ণ সমাধান উলিওৱা।

5

Find the complete integral of the equation  $p = (z + qy)^2$  by Charpit's method.

অথবা/Or

 $p_3 x_3 (p_1 + p_2) + x_1 + x_2 = 0$  ৰ সম্পূৰ্ণ সমাধান উলিওৱা।Find the complete integral of  $p_3 x_3 (p_1 + p_2) + x_1 + x_2 = 0$ .

(b)  $\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = u$  সমীকৰণটোৰ কেনোনিকেল আকাৰত

হ্ৰাস কৰা আৰু সাধাৰণ সমাধান উলিওৱা।

6

Reduce the equation

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = u$$

to canonical form and obtain the general solution.

( 3 )

অথবা/Or

$$\frac{\partial u}{\partial x} + 2 \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad u(0, y) = 4e^{-2y} \quad \text{প্ৰাৰম্ভিক}$$

সমস্যাটোৰ চলক পৃথকিকৰণ পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা।

Solve the initial value problem

$$\frac{\partial u}{\partial x} + 2 \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad u(0, y) = 4e^{-2y}$$

by the method of separation of variables.

3. (a)  $Rr + Ss + Tt + f(x, y, z, p, q) = 0$  সমীকৰণটোৰ অধিবৃত্তীয় হোৱাৰ চৰ্ত লিখা।

1

Write the condition when the equation  $Rr + Ss + Tt + f(x, y, z, p, q) = 0$  is parabolic.

(b)  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$  সমীকৰণটো শ্ৰেণীভুক্ত কৰা।

2

Classify the equation  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ .

(c)  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$  সমীকৰণটোক

কেনোনিকেল আকাৰত হ্ৰাস কৰা।

5

Reduce the equation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

to canonical form.



( 4 )

অথবা/Or

সমাধান কৰা (solve) :

$$p+r+s=1$$

(d) একমাত্রিক তবংগ সমীকৰণ উলিওৱা।

7

Derive one-dimensional wave equation.

অথবা/Or

চলক পৃথকীকৰণ পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি একমাত্রিক তাপ সমীকৰণ সমাধান কৰা।

Solve one-dimensional heat equation by the method of separation of variables.

4. (a) দ্বি-মাত্রিক তাপ সমীকৰণৰ সাধাৰণ ৰূপ লিখা।

1

Write the general form of two-dimensional wave equation.

(b) চলক পৃথকীকৰণ পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি সমাধান কৰা:

6

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

Solve  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0$  using the method of separation of variable.

( 5 )

অথবা/Or

সমাধান কৰা (Solve) :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = k^2 \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)$$

যেতিয়া/when

$$u(0, t) = u(l, t) = 0, u(x, 0) = \sin \frac{\pi x}{l}$$

5. (a) চলক সহগ থকা সাধাৰণ অৱকল সমীকৰণৰ বৈধিক ব্যৱস্থাৰ উদাহৰণ লিখা।

1

Write an example of linear system of ODE with variable coefficient.

(b)  $\frac{d^3 x}{dt^3} + 2 \frac{d^2 x}{dt^2} - \frac{dx}{dt} - 2x = e^{3t}$  বৈধিক অৱকল সমীকৰণটো প্ৰথম বৰ্গৰ ব্যৱস্থা অৱকল সমীকৰণলৈ ৰূপান্তৰিত কৰা।

3

Transform the linear differential equation

$$\frac{d^3 x}{dt^3} + 2 \frac{d^2 x}{dt^2} - \frac{dx}{dt} - 2x = e^{3t}$$

into system of first-order differential equation.



( 6 )

অথবা/Or

$2\frac{dx}{dt} + 6\frac{dy}{dt} + 7y = t$  সমীকৰণক স্বাভাৱিক ৰূপত লিখা।

Write the equation  $2\frac{dx}{dt} + 6\frac{dy}{dt} + 7y = t$  into normal form.

(c) ধৰা (Let)  $L_1 \equiv 2D + 1$ ,  $L_2 \equiv D^2 + 1$ ,  $f(t) = t^3$

য'ত (where)  $D \equiv \frac{d}{dt}$ , দেখুওৱা যে (show that)

$$L_1 L_2 f = L_2 L_1 f.$$

4

অথবা/Or

$$\frac{dx}{dt} = 6x - 3y, \quad \frac{dy}{dt} = 2x + y \text{ ৰ সমাধানত জড়িত}$$

সমীকৰণটোৰ বৈশিষ্ট্যমূলক মূলবোৰ উলিওৱা।

Find the characteristic roots of the equation associated in the solution of

$$\frac{dx}{dt} = 6x - 3y, \quad \frac{dy}{dt} = 2x + y$$

6. (a) আইলাৰৰ পদ্ধতি বৰ্ণনা কৰা।

5

Describe Euler's method.

( 7 )

অথবা/Or

$\frac{dy}{dx} = x + y$ ,  $y(0) = 1$  ৰ সঠিক সমাধানটোক সংযুক্ত কৰা ফলনটোৰ প্ৰথম দুটা আনুমানিক মান নিৰ্ণয় কৰা।

Find first two approximations of the function that approximate the exact solution of the equation

$$\frac{dy}{dx} = x + y, \quad y(0) = 1$$

(b)  $\frac{dx}{dt} = 5x - 2y$ ,  $\frac{dy}{dt} = 4x - y$ , সমীকৰণৰ সাধাৰণ সমাধান উলিওৱা।

6

Find the general solution of the linear system of equations

$$\frac{dx}{dt} = 5x - 2y, \quad \frac{dy}{dt} = 4x - y$$

অথবা/Or

অপাৰেটৰ পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ সমীকৰণৰ সাধাৰণ সমাধান উলিওৱা :

Using operator method, find the general solution of the following equations :

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - x - 3y = e^t$$

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + x = e^{3t}$$

★★★