

2017

MATHEMATICS

Full Marks : 100

Time : 3 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

1. (a) If $n(A) = 2$, then find the value of $n(P(A))$; 1
যদি $n(A) = 2$ হয়, তেন্তে $n(P(A))$ ৰ মান উলিওৱা।
- (b) What is the value of $\cot(-5\pi/4)$? 1
 $\cot(-5\pi/4)$ ৰ মানটো কিমান?
- (c) Write $z = i$ in trigonometric form. 1
 $z = i$ জটিল সংখ্যাটোক ত্ৰিকোণমিতীয় আকাৰত লিখা।
- (d) For which values of r , ${}^nC_r = {}^nP_r$? 1
 r -ৰ কোনবোৰ মানৰ বাবে ${}^nC_r = {}^nP_r$?
- (e) If a, b, c are in AP, then are $a\lambda, b\lambda$ and $c\lambda$ in AP? 1
যদি a, b, c AP ত থাকে, তেন্তে $a\lambda, b\lambda$ আৰু $c\lambda$ বাশিকেইটা AP ত থাকিবনে?
- (f) What is the coefficient of x^r in the expansion of $(1+x)^n$? 1
 $(1+x)^n$ ৰ বিস্তৃতিত x^r ৰ সহগ কি হ'ব?
- (g) What is the gradient of the line $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$? 1
 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ৰেখাডালৰ প্ৰৱণতা কিমান?

(h) Find the value of :

মান নির্ণয় কৰা :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{\sin 5x}$$

1

(i) Mention the formula used to find SD.

1

প্রামাণিক বিচ্যুতি নির্ণয়ত ব্যৱহৃত সূত্রটো উল্লেখ কৰা।

(j) What is the probability of getting two heads in tossing a coin twice?

1

মুদ্রা এটা দুবাৰ উৎক্ষেপণত দুটা মূণ্ড পোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান ?

2. (a) If $n(A-B)=10$, $n(A \cap B)=5$ and $n(B-A)=20$, then find $n(B)$ and $n(A \cup B)$.

3

যদি $n(A-B)=10$, $n(A \cap B)=5$ আৰু $n(B-A)=20$ হয়, তেন্তে $n(B)$ আৰু $n(A \cup B)$ নির্ণয় কৰা।

(b) For any two sets A and B , prove any one of the following :

3

যি কোনো দুটা সংহতি A আৰু B ৰ বাবে নিম্নোক্ত যি কোনো এটা প্রমাণ কৰা :

(i) $(A-B) \cap (B-A) = \phi$

(ii) $A-B \subseteq A \cup B$

3. Find the domain and range of the relation $R = \{(a, b) : a \text{ is a multiple of } b \text{ and } a, b \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}\}$.

4

$R = \{(a, b) : a \text{ হৈছে } b \text{ ৰ এটা গুণিতক আৰু } a, b \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}\}$ সম্বন্ধটোৰ আদিক্ষেত্র আৰু পৰিসৰ নির্ণয় কৰা।

4. Define a real function. Find the domain and range of the real function $f(x) = \sqrt{2x-1}$.

1+3=4

বাস্তৱ ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া। $f(x) = \sqrt{2x-1}$ ফলনটোৰ আদিক্ষেত্র আৰু পৰিসৰ উলিওৱা।

Or / অথবা

Prove that the function $f(x) = 3x+2$ is a bijective mapping.

4

প্রমাণ কৰা যে $f(x) = 3x+2$ ফলনটো এটা দ্বি-নিষ্কেপক।

5. (a) For any two complex numbers z_1 and z_2 , prove that

যি কোনো দুটা জটিল সংখ্যা z_1 আৰু z_2 ৰ বাবে প্রমাণ কৰা যে

(i) $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$

(ii) $\arg(z_1 z_2) = \arg(z_1) + \arg(z_2)$ 1½+1½=3

Or / অথবা

Find the square root of $2x + (x^2 - 1)i$.

3

$2x + (x^2 - 1)i$ জটিল সংখ্যাটোৰ বৰ্গমূল উলিওৱা।

(b) If $(a + ib)(c + id) = x + iy$, prove that

$$x^2 + y^2 = (a^2 + b^2)(c^2 + d^2)$$

যদি $(a + ib)(c + id) = x + iy$, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে

$$x^2 + y^2 = (a^2 + b^2)(c^2 + d^2)$$

6. By mathematical induction prove that

গণিতীয় আৰোহ প্রণালীৰে প্রমাণ কৰা যে

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

4

7. Solve the inequation $5(2x - 3) \leq \frac{x}{3} + 1$ and show the solution set on the number line.

4

$5(2x - 3) \leq \frac{x}{3} + 1$ অসমীকৰণটো সমাধান কৰা আৰু সমাধান সংহতিটো

সংখ্যাবেখাত প্রদৰ্শন কৰা।

8. (a) Prove any one of the following :

3

তলত দিয়াসমূহৰ যি-কোনো এটা প্রমাণ কৰা :

(i) $n-1P_r + r \times n-1P_{r-1} = nP_r$

(ii) $nC_r + nC_{r-1} = n+1C_r$

(iii) $\frac{1}{\lfloor 2} + \frac{2}{\lfloor 3} + \frac{3}{\lfloor 4} + \dots + \frac{n}{\lfloor n+1} = 1 - \frac{1}{\lfloor n+1}$

(b) Answer either (i) or (ii) : 3

(i) অথবা (ii) ৰ উত্তৰ লিখা :

(i) In how many ways can 7 boys and 5 girls be arranged in a row so that no two girls come together?

কোনো দুজনী ছোৱালী একেলগে নপৰাকৈ 7 জন ল'ৰা আৰু 5 জনী ছোৱালীক এটা শৰীত কিমান ধৰণে সজাব পাৰি ?

(ii) How many triangles can be obtained when the vertices of a hexagon are joined?

ষড়ভুজ এটাৰ শীৰ্ষবিন্দুবোৰ সংযুক্ত কৰিলে কিমানটা ত্ৰিভুজ পোৱা যাব ?

9. (a) Find the term independent of x in the expansion of $\left(2x + \frac{1}{5x^2}\right)^9$. 3

$\left(2x + \frac{1}{5x^2}\right)^9$ ৰ বিস্তৃতিৰ x -স্বতন্ত্র পদটো উলিওৱা।

(b) By using binomial theorem, find the value of 11^7 . 3

দ্বিপদ উপপাদ্য ব্যৱহাৰ কৰি 11^7 ৰ মান উলিওৱা।

10. Answer either part (a) or part (b) : 4

(a) অংশ অথবা (b) অংশৰ উত্তৰ লিখা :

(a) If the arithmetic and geometric means of two positive numbers are A and G respectively, then show that $A \geq G$.

দুটা ধনাত্মক সংখ্যাৰ সমান্তৰ আৰু গুণোত্তৰ মাধ্য ক্ৰমে A আৰু G হ'লে দেখুওৱা যে $A \geq G$.

(b) Find the sum of any one of the following :

তলৰ যি কোনো এটাৰ সমষ্টি উলিওৱা :

(i) $5 + 55 + 555 + \dots$ up to n terms

(ii) $1.1 + 2.3 + 3.5 + 4.7 + \dots$ up to n terms

11. Prove (any two) : 2×2=4

প্রমাণ কৰা (যি কোনো দুটা) :

(i) $\tan 70^\circ = 2 \tan 50^\circ + \tan 20^\circ$

(ii) $\sin A + \cos A = \sqrt{2} \cos(45^\circ - A)$

(iii) $\cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8} = 2$

(iv) $16 \sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = 1$

12. Prove any one of the following :

4

তলৰ যি কোনো এটা প্রমাণ কৰা :

(i) $\cos \frac{\pi}{32} = \frac{1}{2} \sqrt{[2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}]}$

(ii) $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2 + 2 \cos A \cos B \cos C$
when (যেতিয়া) $A + B + C = \pi$

13. Solve any one of the following :

4

তলৰ যি কোনো এটা সমাধান কৰা :

(i) $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2}$

(ii) $\tan \theta + \cot \theta = 2$

14. (a) Find the equation of the line passing through the points (1, 3) and (-2, -1).

3

(1, 3) আৰু (-2, -1) বিন্দুগামী সৰলৰেখাডালৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

- (b) Find the equation of the line that passes through the point $\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$ and parallel to the line $bx + ay + 1 = 0$. 3

$\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$ বিন্দুৰেদি যোৱা আৰু $bx + ay + 1 = 0$ ৰেখাৰ সমান্তৰাল ৰেখাডালৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

Or / অথবা

Find the angle between the lines $x - \sqrt{3}y = 2$, and $\sqrt{3}x - y = 1$.

$x - \sqrt{3}y = 2$ আৰু $\sqrt{3}x - y = 1$ ৰেখাদুডালৰ মাজৰ কোণ নিৰ্ণয় কৰা।

15. Find the centre and radius of the circle $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 8 = 0$. Also find the equation of the tangent to this circle at $(1, -3)$. 2+2=4

$x^2 + y^2 - 6x + 4y + 8 = 0$ বৃত্তটোৰ কেন্দ্ৰ আৰু ব্যাসার্ধ নিৰ্ণয় কৰা। লগতে বৃত্তটোৰ $(1, -3)$ বিন্দুত স্পৰ্শকৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

Or / অথবা

Find the equation of a parabola in the form $y^2 = 4ax$. 4

$y^2 = 4ax$ আকাৰত এটা অধিবৃত্তৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

16. Determine the points which trisect the line segment joining the points $(3, 0, 9)$ and $(9, -6, 6)$. 4

$(3, 0, 9)$ আৰু $(9, -6, 6)$ বিন্দুদ্বয় সংযোগী ৰেখাখণ্ডক সমত্ৰিখণ্ডিত কৰা বিন্দুকেইটা স্থিৰ কৰা।

17. (a) Find the limit (any two) : 1½×2=3

সীমা নির্ণয় কৰা (যি কোনো দুটা) :

(i) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x^2 - 9}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 2x}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$

(iv) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}$

(b) Find the derivative w.r.t. x (any two) : 2×2=4

x -সাপেক্ষে যি কোনো দুটাৰ অৱকলজ উলিওৱা :

(i) $e^x + x \log x$

(ii) $\frac{x+1}{7x-2}$

(iii) $\sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}}$

(iv) $a^x + x^a + ax$

18. What is the negation of the statement ' $x = y$ '? Find the truth value of the following :

' $x = y$ ' উক্তিটোৰ নঞৰ্থক উক্তিটো কি? নিম্নোক্তি উক্তিবোৰৰ সত্যমান নিৰূপণ কৰা :

(i) ' $2 \neq 5$ and $6 < 4$ '

' $2 \neq 5$ আৰু $6 < 4$ '

(ii) ' $7 > 2$ or $5 < 3$ '

' $7 > 2$ বা $5 < 3$ '

19. (a) Find the mean deviation from the mean of the frequency distribution given below :

6

নিম্নোক্ত বাৰংবাৰতা বিভাজনসমূহৰ বাবে মাধ্যম পৰা গড় বিচ্যুতি নিৰ্ণয় কৰা :

Class (শ্ৰেণী)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
Frequency (বাৰংবাৰতা)	5	7	13	12	8	6

Or / অথবা

- (b) For the following frequency distribution, calculate the standard deviation (SD) :

তলৰ বাৰংবাৰতা বৰ্ণনসমূহৰ বাবে মানক বিচ্যুতি গণনা কৰা :

Class (শ্ৰেণী)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
Frequency (বাৰংবাৰতা)	10	12	25	17	9

20. Find the probability of getting exactly two heads in tossing a fair coin four times.

4

নিৰ্ণীত মুদ্ৰা এটা চাৰিবাৰ নিষ্ক্ৰেপণত ঠিক দুটা মুণ্ড পোৱাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা।

Or / অথবা

Find the probability of getting an odd difference in throwing a die twice.

এটা পাশতি দুবাৰ উৎক্ষেপণ কৰিলে ফলাফলৰ অন্তৰফল অযুগ্ম সংখ্যা পোৱাৰ সম্ভাৱিতা উলিওৱা।
